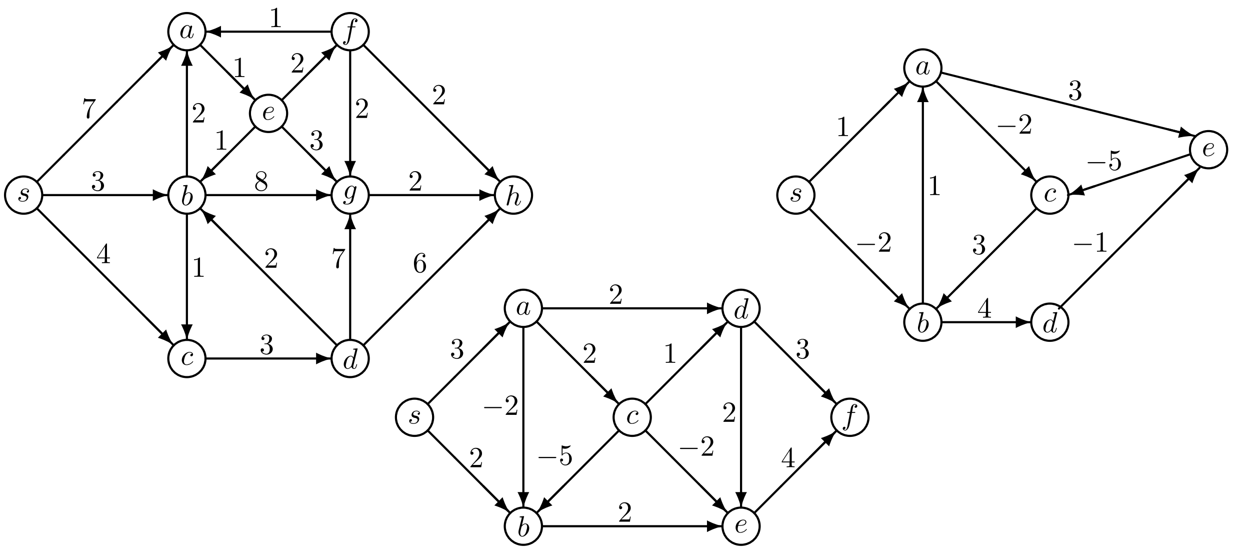
Graphes & Algorithmes	**Dept Informatique, Univ Evry**

TD 3: Plus courts chemins

Responsable: Nguyễn Kim Thắng — *11 Fev 2022*
Chargés de TDs: Tuan-Anh Nguyễn, Nguyễn Kim Thắng

Exercice 1
Déterminer, pour le premier graphe, un arbre des plus courts chemins du sommet s à tous les autres sommets. La même question pour les deux autres graphes se fait dans la séance prochaine.



Exercice 2
Dans un pays où la sécurité des chemins n'est pas assurée, on doit aller d'une ville X à une ville Y. Le réseau routier est donné par un ensemble de villes et un ensemble de tronçons de route joignant ces villes. Pour chaque tronçon t de route, on connait la probabilité P_t de se faire dépouiller sur le tronçon. Comment trouver le chemin de X à Y qui minimise la probabilité de se faire dépouiller ?

Exercice 3

1. Est-il vrai que si tous les arêtes ont des poids différents, l'arbre des plus courts chemins à partir de s est unique ?
2. Etant donné un graph $G(V, E)$ avec les poids sur les arêtes. Pour chaque sommet u, soit T_u un arbre des plus cours chemins de u à tous les autres sommets. Par conséquent, on a une collection de n arbres $(T_u)_{u \in V}$. Parmi ces n arbres, au moins l'un d'eux est-il l'arbre couvrant minimal?

Exercice 4
Etant donné un graphe orienté $G = (V, E)$ et une fonction de poids $w : E \to \mathbb{R}$, un sommet $s \in V$ et une fonction $T : V \to \mathbb{R}$. Donner un algorithme linéaire qui vérifie si $T(v)$ est la longueur d'un plus-court chemin de s à v pour tout $v \in V$.

Exercice 5
Soit $G(V, E)$ un graphe orienté, chaque arête e a une longueur $w_e \geq 0$. Etant donné un chemin P, l'engorgement (*bottleneck*) de P est la longueur maximale d'une arête de P, c.a.d $\max_{e:e \in P} w_e$. En inspirant de l'algorithme de Dijkstra, chercher un algorithme calculant les engorgements d'un sommet s vers tous les sommets $v \in V$.