Denis TRYSTRAM

Algorithmique Avancée

ENSIMAG 2A - filière Alternants

TP1 – Calcul du plus grand nombre noble

On dit qu'un nombre est *noble* si il est divisible par chacun des chiffres qui le compose – dans la notation (classique) en base 10.

Exemple: 135 est noble (car $135/1 = 135$, $135/3 = 45$ et $135/5 = 27$), mais 2019 ne l'est pas.

Le travail demandé est d'écrire un programme (dans le langage de programme de votre choix), le plus *efficace* possible qui calcule le plus grand nombre noble existant.

Le travail se fait par binomes, le travail est à rendre pour vendredi 27 septembre minuit par email avec un compte rendu de quelques lignes et le fichier du programme.

Denis.Trystram@imag.fr
subject: Alternants2A TP1

Quelques éléments de réponse

Points abordés :

- Clarifier la conception d'un algorithme et l'analyse de son coût.

  Le point de discussion vient ici de ce que l'analyse d'un *problème* permet évidemment de meilleurs choix dans la conception d'une solution...

- Autre point : ce premier travail a permis de montrer les relations entre cette analyse et une résolution par ordinateur.

  C'est un premier contact avec les méthodes de résolution exhaustives.

La question mathématique peut se formuler comme chercher les permutations d'un ensemble de chiffres distincts ayant une propriété particulière... Ici, les nombres se limitent à 9 chiffres (car 0 ne peut appartenir à un nombre noble) ce qui est raisonnable en terme de temps d'exécution, mais on peut faire beaucoup mieux.

Quelques points pour concevoir un algorithme efficace :

Comme il est demandé de déterminer le plus grand nombre noble, il est plus opportun de commencer à partir du plus grand nombre possible: 987654321.

Une petite étude mathématique montre qu'aucun nombre noble n'a plus de 7 chiffres. En effet,

Nous avons déjà dégagé de 0, il reste donc les nombres à 9 chiffres. Mais une remarque simple montre qu'il ne peut avoir 9 chiffres, car en effet, un nombre noble ne peut contenir *à la fois* le chiffre 5 et un nombre pair (sinon, il se terminerait par 0).

Il ne peut avoir 8 chiffres, car en écartant 0 et 5, on remarque que la somme des chiffres restants est égale à 40, et alors, ces nombres ne peuvent être diviseurs de 9.

On pourrait certainement trouver d'autres propriétés qui limiteraient encore l'exploration...

En particulier, on essaye avec 7 chiffres en enlevant le 4 (il est *petit* et la somme des restants sera alors égale à 36 qui est divisible par $3, 6$ et 9).

La solution existe : 9867312

On peut aussi montrer *à la main* que les nombres à 7 chiffres commençant par 987 (i.e. les plus grands) ne peuvent répondre au problème... Il reste ainsi très peu de combinaisons à tester !